

# Introdução

---

**E**ra uma vez um tempo em que você gostava de números. Esta não é a primeira frase de um conto de fadas. Houve um tempo em que você realmente gostava de números. Lembra?

Talvez você tivesse 3 anos e seus avós estivessem te visitando. Você sentou-se perto deles no sofá e contou os números de 1 a 10. Eles ficaram orgulhosos de você e – para ser honesto – você ficou orgulhoso de você também. Ou, talvez, você tivesse 5 anos e estivesse descobrindo como escrever os números, tentando de forma árdua não escrever ao contrário os números 6 e 7...

Aprender foi divertido. Os números eram divertidos. Portanto, o que aconteceu? Talvez o problema tenha começado com uma longa divisão. Ou ao tentar transformar frações em decimais. Ou pode ter sido ao tentar descobrir como adicionar 8% de impostos sobre vendas ao custo de uma mercadoria? Ao ler um Gráfico? Ao converter milhas em quilômetros? Ao tentar achar o mais temido valor de  $x$ ? Onde quer que tenha iniciado, você começou a achar que a matemática não gostava de você – e você não gostava muito da matemática por sinal.

Por que, geralmente, as pessoas entram na pré-escola despertadas em aprender a somar e deixam o colégio como adultos convencidos de que não podem estudar matemática? A resposta para esta pergunta levaria provavelmente a produzir 20 livros deste tamanho, mas a resolução do problema pode começar aqui.

Eu peço humildemente a você que deixe de lado quaisquer dúvidas. Lembre-se, apenas por um momento, de um tempo inocente – um tempo antes que a matemática inspirasse ataques de pânico ou induzisse a um sono irresistível. Neste livro, levo você de um entendimento básico para o lugar onde você estará pronto para entrar em qualquer classe de álgebra e ter sucesso.

## *Sobre Este Livro*

Em algum lugar, ao longo do caminho entre contar e a álgebra, muitas pessoas experimentam o Grande Colapso da Matemática. Isso é igual a quando começa a sair muita fumaça de seu carro e o mesmo trepida em uma autoestrada em uma temperatura de 45°C no meio do nada!

Por favor, considere este livro como seu assistente pessoal de beira de estrada e pense em mim como se eu fosse seu amigável mecânico de matemática (mais barato apenas!). Encalhado na rodovia interestadual, você pode se sentir frustrado pelas circunstâncias e traído pelo seu veículo, mas, para o amigo que possui a caixa de ferramentas, tudo faz parte de um dia de trabalho. As ferramentas para consertar o problema estão neste livro.

Este livro lhe ajuda não apenas a resolver as questões básicas da matemática, como também a acabar com qualquer desgosto que você sinta em relação à matemática em geral! Tornei os conceitos mais fáceis para a compreensão das seções. E pelo fato de o *Matemática Básica & Pré-Álgebra para Leigos* ser um livro de referência, você não tem que ler os capítulos ou as seções na ordem – você pode verificar apenas o que precisa. Portanto, sinta-se livre e pule os capítulos e seções. Quando eu cobrir um assunto que exija uma informação anterior do livro, mencionarei a seção ou o capítulo para você, caso queira recordar as questões básicas.

Aqui estão dois conselhos que dou o tempo todo – lembre-se deles, conforme for passando pelos conceitos neste livro:

- ✔ Faça sempre intervalos nos seus estudos. A cada 20 ou 30 minutos, levante-se e empurre sua cadeira. Alimente seu gato, lave a louça, faça um passeio, divirta-se com as bolas de tênis, experimente uma roupa para o Dia das Bruxas – faça alguma coisa para se distrair por alguns minutos. Você voltará mais produtivo para seus livros do que se estivesse sentado horas e horas com os olhos embaçando.
- ✔ Depois de ler um exemplo e achar que o entendeu, copie o problema, feche o livro e tente resolvê-lo. Se você empacar, dê uma rápida olhada nele novamente – mas depois faça o mesmo exemplo de novo para ver se você pode resolvê-lo sem abrir o livro (lembre-se de que para qualquer teste para o qual você esteja se preparando, espiar provavelmente não será permitido!)

## *Regras Utilizadas Neste Livro*

Para ajudá-lo a navegar por este livro, eu uso as seguintes regras:

- ✔ O texto em *itálico* destaca as novas palavras e os termos definidos.
- ✔ O texto em **negrito** indica as palavras-chave nas listas com marcadores e a parte da ação dos passos numerados.
- ✔ O texto com fonte única destaca os endereços na internet.
- ✔ As variáveis, tais como  $x$  e  $y$ , estão em *itálico*.

## *O que Você não Deve Ler*

Embora todo autor discretamente (ou não tão discretamente) acredite que cada palavra que ele escreve seja ouro puro, você não tem que ler

cada palavra neste livro, a menos que você queira, de fato. Sinta-se livre para pular as barras laterais (as caixas cinzas escurecidas) onde eu saio pela tangente – a menos que você encontre tangentes interessantes, evidentemente. Os parágrafos rotulados com o ícone de Material Técnico não são essenciais também.

## Suposições Tolas

Se você está planejando ler este livro, você provavelmente é:

- ✔ Um estudante que deseja um entendimento sólido sobre as questões básicas de matemática para aula ou teste para o qual você está estudando.
- ✔ Um adulto que deseja melhorar suas habilidades em aritmética, frações, decimais, porcentagens, pesos e medidas, geometria, álgebra e assim por diante para quando você tiver que usar a matemática no mundo real.
- ✔ Alguém que deseja recordar para poder ajudar uma outra pessoa a entender a matemática.

Minha única premissa sobre seu nível de habilidade é que você pode somar, subtrair, multiplicar e dividir. Portanto, para descobrir se você está preparado para este livro, faça este teste fácil:

$$5 + 6 = \underline{\quad}$$

$$10 - 7 = \underline{\quad}$$

$$3 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$20 \div 4 = \underline{\quad}$$

Se você puder responder a estas quatro perguntas, você está preparado para começar.

## Como Este Livro É Organizado

Este livro é organizado em seis partes, começando bem no início da matemática – com assuntos tais como cálculo e a reta numérica – e levando você ao objetivo da álgebra.

### *Parte I: Armando-se com os Fundamentos da Matemática Básica*

Na Parte I, eu uso o que você já conhece sobre a matemática e coloco em perspectiva.

O Capítulo I lhe dá um breve histórico sobre o que são números e de onde eles vieram. Discuto como as sequências dos números surgem.

Mostro para você a importância dos conjuntos dos números – tais como os números contáveis, os números inteiros relativos e os números racionais – todos integrados à reta numérica. Mostro para você também como usar a reta numérica para representar a aritmética básica.

O Capítulo 2 discute como os dígitos são unidades de números, assim como as letras são unidades de palavras. Mostro como o sistema de numeração que você usa todo dia – o sistema de numeração Hindu-Arábico (chamado também de números decimais) – utiliza o valor posicional baseado no número 10 para configurar dígitos em números.

O capítulo 3 foca no que eu chamo de Grandes Operações – adição, subtração, multiplicação e divisão. Eu faço uma revisão para que você se recorde como fazer adição de coluna com transporte, subtração com empréstimos, multiplicação de números grandes e a sempre assustadora divisão longa.

## ***Parte II: Compreendendo os Números Inteiros***

Na parte II, você dá um salto à frente na sua compreensão sobre como trabalhar com as Quatro Grandes Operações. No Capítulo 4, eu trato das operações inversas, das propriedades comutativa, associativa e distributiva, e trabalho com os números negativos. Você descobre como usar as desigualdades, tais como superior a ( $>$ ) e inferior a ( $<$ ). Apresento também as operações mais avançadas, tais como potências (expoentes), raízes quadradas e valor absoluto.

O Capítulo 5 apresenta as expressões, as equações e o cálculo. O restante do capítulo trata de uma habilidade muito importante: o cálculo das expressões matemáticas usando a ordem das operações. No Capítulo 6, você descobre como resolver os problemas matemáticos (chamados também de histórias matemáticas), criando equações com palavras.

No Capítulo 7 examinamos com atenção e detalhes a divisibilidade. Mostro a você um punhado de truques para descobrir se um número é divisível por outro. Trato também dos números primos e dos números compostos. Por fim, o Capítulo 8 trata dos fatores e dos múltiplos, mostrando-lhe como estes dois conceitos têm ligação. Mostro como decompor um número em seus fatores primos. Mostro também a você como achar o Máximo Divisor Comum (MDC) e o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de dois ou mais números.

## ***Parte III: Partes do Todo: Frações, Decimais e Porcentagens***

A parte III trata como os matemáticos representam as partes do todo como frações, decimais e porcentagens, e como estas três ideias estão ligadas.

Os Capítulos 9 e 10 tratam das frações, incluindo o aumento e a simplificação dos seus termos. A partir daí, eu mostro a você como multiplicar e dividir frações, mais uma variedade de maneiras para somar e subtrair frações. Por fim, eu mostro como trabalhar com números mistos. No capítulo 11, o assunto é os decimais. Mostro a você como somar, subtrair, multiplicar e dividir decimais e como converter frações em decimais, e vice-versa. Ofereço a você também um entendimento sobre dízimas periódicas.

O Capítulo 12 trata das porcentagens. Mostro a você como converter porcentagens em frações e decimais, e vice-versa. Prossigo com várias formas para achar porcentagens, incluindo uma simples, porém poderosa ferramenta chamada o círculo de porcentagem. Por fim, o Capítulo 13 trata de resolver os problemas matemáticos que envolvem frações, decimais e porcentagens.

## ***Parte IV: Representação e Mensuração – Gráficos, Medidas, Estatísticas e Conjuntos***

A parte IV contém uma variedade de assuntos que desenvolvem as habilidades que você adquire nas três primeiras partes do livro.

No Capítulo 14, mostro como a notação científica faz com que números muito grandes e pequenos fiquem mais viáveis ao combinar decimais e potências de dez. No Capítulo 15, eu trato de dois sistemas importantes de pesos e medidas: o sistema inglês (utilizado nos Estados Unidos) e o sistema métrico (utilizado no mundo). Ofereço a você algumas regras práticas para calcular as unidades métricas.

O Capítulo 16 trata da geometria, dando-lhe uma variedade de fórmulas para achar o perímetro e a área de formas básicas e a área da superfície e o volume de alguns sólidos importantes.

O Capítulo 17 lhe apresenta os gráficos, primeiro mostrando a você três importantes tipos de gráficos – o histograma, o gráfico de setores e o gráfico de linhas. Ofereço a você também as questões básicas do método gráfico mais comum usado na matemática, o gráfico Cartesiano. Mostro a você como traçar pontos, desenhar linhas e resolver problemas usando este gráfico. O Capítulo 18 oferece a você mais prática ainda para resolver problemas matemáticos, especialmente os que focam na geometria e em pesos e medidas.

O Capítulo 19 apresenta a você a estatística e a probabilidade. Você descobre a diferença entre os dados qualitativos e os dados quantitativos e a como calcular a média e a mediana. Mostro também como calcular a probabilidade considerando os resultados possíveis e favoráveis.

No Capítulo 20, ofereço a você as questões básicas da teoria de conjunto, incluindo como definir um conjunto, identificar os elementos e os subconjuntos, e entender o conjunto vazio. Mostro a você também como representar algumas operações básicas nos conjuntos, inclusive a união e a interseção de conjuntos.

## *Parte V: Os arquivos X: Introdução à Álgebra*

A parte V é a sua iniciação em álgebra. O Capítulo 21 fornece uma visão geral da álgebra, mostrando a você as questões básicas para declarar uma variável (como  $x$ ) e usá-la nas expressões, fazendo ligações com o que você já conhece sobre expressões do Capítulo 5.

O Capítulo 22 oferece a você várias maneiras de resolver equações algébricas. Por fim, o Capítulo 23 coloca tudo isso junto, mostrando a você como resolver problemas matemáticos da álgebra do início ao fim.

## *Parte VI: A Parte dos Dez*

Apenas por diversão, esta parte do livro inclui a lista dos dez assuntos mais importantes dentre vários, incluindo os conceitos-chave da matemática e os conjuntos de números.

## *Ícones Usados Neste Livro*

Ao longo deste livro, eu uso quatro ícones para destacar o que é importante ou não:



Este ícone mostra ideias-chave que você precisa saber. Tenha certeza de que você entendeu antes de continuar a leitura! Lembre-se desta informação mesmo após fechar seu livro..



As dicas são úteis para lhe mostrar a maneira rápida e fácil de realizar as coisas. Experimente-as, especialmente se você estiver estudando matemática..



Os avisos mostram os erros mais comuns que você deseja evitar. Tenha bem definido onde estas pequenas armadilhas estão escondidas para você não cair nelas.



Este ícone mostra uma trivialidade interessante, a qual você pode ler ou pular, conforme quiser.

## *Aonde Ir a Partir Daqui*

Você pode usar este livro de várias formas. Se você estiver lendo este livro sem a pressão de tempo de um teste ou uma lição de casa, certamente você pode começar pelo início e continuar até o final. A vantagem deste método é poder constatar o quanto de matemática você conhece – os primeiros capítulos passam rapidamente. Você ganha bastante autoconfiança, assim como um conhecimento prático que pode ajudá-lo depois, pois os primeiros capítulos lhe preparam também para entender o que segue.

E que tal isso: quando você estiver pronto para trabalhar, leia o assunto que você está estudando. Deixe o livro na cabeceira e, antes de ir para cama, passe alguns minutos lendo o material acessível dos primeiros capítulos. Você ficará surpreso como uma pequena recordação do material mais fácil pode fazer com que, de repente, os conceitos mais avançados fiquem bem claros.

Se seu tempo for limitado – especialmente se você estiver tendo aula de matemática e estiver procurando ajuda para seu dever de casa ou para o próximo teste – passe diretamente para o assunto que você esteja estudando. Onde você abrir o livro, você terá disponível uma explicação clara sobre o assunto, assim como uma variedade de dicas e truques. Leia do começo ao fim os exemplos e tente praticá-los, ou use-os como modelos para ajudá-lo nos problemas atribuídos.

Aqui está uma lista de assuntos que tendem a apoiar os estudantes:

- ✓ Número negativos (Capítulo 4)
- ✓ Ordem das operações (Capítulo 5)
- ✓ Problemas matemáticos (Capítulos 6, 13, 18 e 23)
- ✓ Fatoração de números (Capítulo 8)
- ✓ Frações (Capítulos 9 e 10)

A maioria destes assuntos está nas Partes I e II, mas eles são fundamentais para o que é abordado depois no livro. De um modo geral, qualquer tempo que você passe praticando estas cinco habilidades é como dinheiro no banco conforme você prossegue na matemática, portanto, você pode querer visitar estas seções várias vezes. Assim que você se sentir confortável para somar números negativos ou multiplicar frações, sua autoconfiança cresce. Além disso, tudo que eu abordo no restante do livro irá parecer mais fácil.

Se você empacar no meio do caminho, faça uma pausa e volte ao problema; você pode descobrir que a resposta pode surgir de repente assim que você o lê de novo com uma mente revigorada. Se você mesmo assim ainda não conseguir sair do lugar, você talvez tenha que voltar e ler a partir do início da seção ou do capítulo. Às vezes, verificar alguns exemplos mais acessíveis é a melhor maneira de se preparar para quando as coisas se complicam.



# Matemática Básica & Pré-Álgebra para Leigos \_\_\_\_\_



## Parte I

# Armando-se com os Fundamentos da Matemática Básica

**A 5ª Onda**

por Rich Tennant



### *Nesta parte...*

**V**ocê já sabe muito mais sobre a matemática do que pensa que sabe. Aqui, você revisa e adquire uma perspectiva sobre as ideias da matemática básica, tais como os padrões de número, a reta numérica, como a notação posicional do número 10 transforma dígitos em números e como o zero funciona como marcador de posição. Reapresento a você, também, o que chamo de as Quatro Grandes Operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

## Capítulo 1

# Jogando o Jogo dos Números

---

### *Neste Capítulo*

- ▶ Descobrimos como os números foram inventados
  - ▶ Analisando algumas sequências numéricas conhecidas
  - ▶ Examinando a reta numérica
  - ▶ Entendendo quatro importantes conjuntos de números
- 

**U**ma das coisas mais úteis nos números é que eles são conceituais, o que significa em um sentido importante, que eles estão todos na sua cabeça (este fato, no entanto, não o libera da obrigação de saber sobre eles – bela tentativa!).

Por exemplo, você pode visualizar três de tudo: três gatos, três bolas de beisebol, três canibais, três planetas. Mas tente apenas descrever o conceito de três em si, e você verá que é impossível. Ah, certamente você pode visualizar o algarismo 3, mas o três em si – tal como amor ou beleza ou honra – está além do entendimento preciso. Mas depois que você obtém o conceito de três (ou quatro ou um milhão), você tem acesso a um incrível sistema poderoso para entender o mundo: a matemática.

Neste capítulo, ofereço a você uma breve história sobre como os números passaram a existir. Discuto algumas sequências de números comuns e mostro como estas se unem às operações elementares da matemática como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

Depois disso, descrevo como algumas destas ideias convergem com uma simples e poderosa ferramenta – a reta numérica. Discuto como os números são organizados na reta numérica e mostro a você como usar a reta numérica como uma calculadora para uma aritmética simples.

Por fim, descrevo como os números contáveis (1,2,3,...) desencadearam a invenção de tipos de números mais incomuns, tais como os números negativos, as frações e os números irracionais. Eu também lhe mostro como estes conjuntos de números são encaixados – isto é, como um conjunto de números cabe dentro de um outro, que cabe dentro de um outro.

## *Inventando Números*

Os historiadores acreditam que os primeiros sistemas de números passaram a existir no mesmo momento que a agricultura e o comércio. Antes disso, as pessoas na pré-história, as sociedades de caça e de coleta se contentavam em identificar grupos de coisas como “muito” ou “um pouco”.

Mas, à medida que a agricultura se desenvolveu e o comércio entre as comunidades começou, necessitou-se de mais precisão. Portanto, as pessoas começaram a usar pedras, símbolos gravados em argila e objetos similares para não perder de vista suas cabras, seu rebanho, seu óleo, seus grãos ou qualquer mercadoria que elas tivessem. Estes símbolos podiam ser trocados pelos objetos que eles representavam em uma troca de um por um.

Por fim, os negociantes se deram conta de que eles podiam desenhar figuras em vez de usar símbolos. Essas figuras evoluíram para contagem de tracinhos e, a tempo, para sistemas mais complexos. Talvez eles não tenham percebido, mas a tentativa de controlar suas mercadorias os levou a inventar algo completamente novo: os números.

Através dos séculos, os Babilônios, os Egípcios, os Gregos, os Romanos, os Maias, os Árabes e os Chineses (para nomear apenas alguns), todos desenvolveram seus próprios sistemas de números escritos.

Embora os algarismos romanos tenham ganhado uma grande credibilidade conforme o Império Romano se expandiu através da Europa e de partes da Ásia e África, o sistema mais avançado que os Árabes inventaram revelou ser mais útil. Nosso próprio sistema de números, os números hindu-arábicos (chamados também de números decimais) é derivado destes primeiros números Arábicos.

## *Entendendo as Sequências dos Números*

Embora os números tenham sido inventados para contabilizar as mercadorias, conforme eu explico na seção anterior, eles foram logo colocados em uma vasta gama de aplicações. Os números podem ser úteis para medir distâncias, somar dinheiro, reunir uma multidão (um exército), arrecadar impostos, construir pirâmides e muito mais.

Mas além de seus muitos usos para entender o mundo externo, os números têm também uma ordem interna. Portanto, os números não são apenas uma invenção, mas também uma descoberta: uma paisagem que parece existir de forma independente, com sua própria estrutura, seus mistérios e até seus perigos.

Um caminho neste mundo novo e, geralmente, estranho é a sequência de números: uma arrumação de números de acordo com uma regra. Nas seções seguintes, apresento a você uma variedade de sequências de números que são úteis para mostrar o sentido dos números.

## *Nivelando as diferenças*

Uma das primeiras coisas que você provavelmente ouviu falar sobre os números é que todos eles são pares ou ímpares. Por exemplo, você pode dividir um número par de mármore em duas pilhas iguais. Mas, ao tentar dividir um número ímpar de mármore da mesma maneira, você tem sempre uma diferença restante de mármore. Aqui estão alguns dos primeiros números pares:

2      4      6      8      10      12      14      16...

Você pode facilmente manter a sequência de números pares indo até onde quiser. Começando com o número 2, continue somando 2 para obter o próximo número. Igualmente, aqui estão alguns primeiros números ímpares:

1      3      5      7      9      11      13      15...

A sequência de números ímpares é tão simples quanto de se gerar. Começando com o número 1, continue somando 2 para obter o próximo número.

Os padrões dos números pares ou ímpares são os padrões de números mais simples, razão pela qual as crianças geralmente entendem a diferença entre os números pares e ímpares logo após aprender a somar.

## *Somando três, quatro, cinco e assim por diante*

Depois de acostumar-se ao conceito de somar números maiores que um, você pode fazê-lo funcionar. Por exemplo, aqui está como somar três:

3      6      9      12      15      18      21      24...

Dessa vez, o padrão é gerado ao começar com 3 e ao continuar a somar 3.

Igualmente, aqui está como somar quatro:

4      8      12      16      20      24      28      32...

E aqui está como somar cinco:

5      10      15      20      25      30      35      40...



Somar um dado número é uma boa maneira de começar a aprender a tabuada deste número, especialmente dos números que você sente dificuldade (em geral, as pessoas parecem ter mais dificuldade para multiplicar por 7, mas os números 8 e 9 são, também, impopulares). No Capítulo 3, mostro a você alguns truques para memorizar a tabuada de uma vez por todas.

Estes tipos de sequências também são úteis para a compreensão de fatores e de múltiplos, os quais você irá estudar no Capítulo 8.

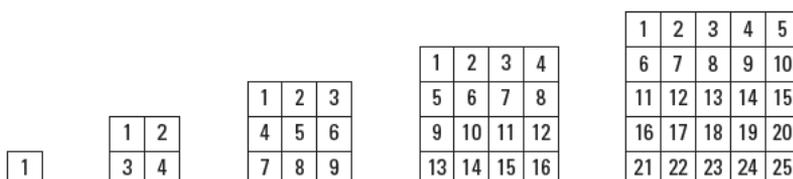
## Obtendo o quadrado com números quadrados

Ao estudar matemática, mais cedo ou mais tarde você provavelmente vai querer usar recursos visuais para ajudá-lo a ver o que os números estão lhe dizendo (mais adiante neste livro, mostro a você como uma figura pode ser equivalente a uma centena de números quando discuto a geometria, no Capítulo 16, e o gráfico, no Capítulo 17.)

Os recursos visuais mais saborosos que você encontrará na vida são aquelas pequenas bolachas quadradas de queijo (Você provavelmente tem uma caixa colocada em algum lugar na copa. Caso contrário, bolachas salgadas ou qualquer outra comida quadrada também serve). Coloque um bocado para fora da caixa e coloque os pequenos quadrados juntos para formar quadrados maiores.

A Figura 1-1 mostra alguns quadrados:

**Figura 1-1:**  
Números quadrados



Eis os números quadrados!

1      4      9      16      25      36      49      64...

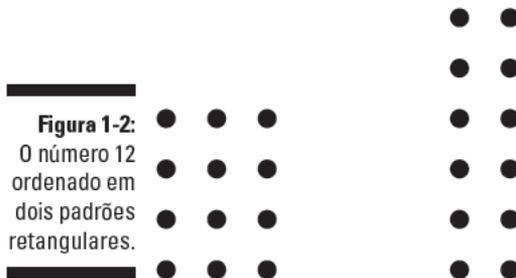


Você obtém um número quadrado ao multiplicar um número por ele mesmo, portanto, conhecer os números quadrados é uma outra maneira conveniente para se lembrar de parte da tabuada. Embora você se lembre, provavelmente sem ajuda, que  $2 \times 2 = 4$ , você pode ter dificuldade com os números superiores, tais como  $7 \times 7 = 49$ . Ao conhecer os números quadrados, eles lhe oferecem uma outra maneira para gravar esta tabuada para sempre na sua mente, como eu mostro a você no Capítulo 3.

Os números quadrados também são um ótimo início para a compreensão de expoentes, os quais apresentarei depois neste capítulo, e explicarei com mais detalhes no Capítulo 4.

## Escrevendo números compostos

Alguns números podem ser colocados em padrões retangulares. Os matemáticos talvez devessem chamar estes números de “números retangulares”, mas, em vez disso, escolheram o termo números compostos. Por exemplo, 12 é um número composto porque você pode colocar 12 objetos em retângulos de duas formas diferentes, como mostrado na Figura 1-2.



Com os números quadrados, ao arrumar os números em padrões visuais como estes, eles informam a você algo sobre como funciona a multiplicação. Neste caso, ao somar os lados dos dois retângulos, você descobre o seguinte:

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

Do mesmo modo, outros números, tais como 8 e 15, também podem ser arrumados em retângulos, como mostrado na Figura 1-3.



Como você pode ver, estes dois números ficam felizes ao serem colocados em boxes com, pelo menos, duas fileiras e duas colunas. E estes padrões visuais mostram o seguinte:

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 5 = 15$$

## 16 Parte I: Armando-se com os Fundamentos da Matemática Básica

A palavra composto significa que estes números são compostos de números menores. Por exemplo, o número 15 é composto de 3 e 5 – isto é, quando você multiplicar estes dois números menores, irá obter 15. Aqui estão todos os números compostos entre 1 e 16:

4    6    8    9    10    12    14    15    16

Perceba que todos os números quadrados (veja a seção “Obtendo o quadrado com números quadrados”) também somam como os números composto, pois você pode arrumá-los em boxes com, pelo menos, duas fileiras e duas colunas. Além disso, muitos outros números não quadrados são, também, números compostos.

### *Tirando da caixa os números primos*

Alguns números são teimosos. Como algumas pessoas que você talvez conheça, estes números – chamados números primos – resistem a ser colocados em qualquer tipo de box. Observe como o número 13 é representado na Figura 1-4, por exemplo.

**Figura 1-4:**

O desafortunado 13, um um excelente exemplo de número que recusa caber em um box.



Você pode tentar, mas não conseguirá fazer um retângulo com 13 objetos. (Esta pode ser a razão pela qual o número 13 tem a má fama de dar azar.) Aqui estão os números primos inferiores a 20:

2    3    5    7    11    13    17    19

Como você pode ver, a lista dos números primos preenche as lacunas deixadas pelos números compostos (veja a seção anterior). Portanto, todo número contável é primo ou composto. A única exceção é o número 1 que nem é primo, nem composto. No Capítulo 8, dou muito mais informações sobre os números primos e mostro como decompor um número – isto é, desfazer um número composto em seus fatores primos.

## *Multiplicação rápida com expoentes*

Aqui está uma questão antiga que ainda causa surpresas. Imagine que você tenha acertado um emprego que lhe paga 1 centavo de dólar no primeiro dia, 2 centavos no segundo dia, 4 centavos no terceiro dia e assim por diante, dobrando o valor todos os dias, assim:

2    4    8    16    32    64    128    256    512...

Como você pode ver, nos primeiros dez dias de trabalho, você ganharia um pouco mais de \$ 10 (na verdade, \$ 10,23 – mas quem está somando?). Quanto você ganharia em 30 dias de trabalho? Sua resposta pode ser: “Eu não pegaria um trabalho ruim como este em primeiro lugar”. À primeira vista, isso parece ser uma boa resposta, mas aqui está uma olhada rápida nos ganhos dos dez dias seguintes:

...1,024    2,048    4,096    8,192    16,384    32,768    65,536  
131,072    262,144    524,288....

No final dos 10 dias seguintes, o total de seus ganhos seria mais de \$ 10.000. E, no final da terceira semana, seus ganhos alcançariam algo em torno de \$10.000.000! Como isso acontece? Através da mágica dos expoentes (chamados também de potências). Todo novo número na sequência é obtido ao multiplicar o número anterior por 2:

$$2^1 = 2 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Como você pode ver, a notação  $2^4$  significa *multiplicar 2 por ele mesmo 4 vezes*.

Você pode usar expoentes diferentes de 2. Aqui está uma outra sequência com a qual você talvez esteja acostumado:

1    10    100    1.000    10.000    100.000    1.000.000....

Nesta sequência, todo número é 10 vezes maior que o número anterior. Você também pode gerar estes números usando expoentes:

$$10^1 = 10 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$$

Esta sequência é importante para definir o *valor posicional*, a base do sistema do número decimal que discuto no Capítulo 2. Ela aparece também quando discuto os decimais no Capítulo 11 e a

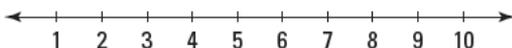
## 18 Parte I: Armando-se com os Fundamentos da Matemática Básica

notação científica no Capítulo 15. Você irá saber mais sobre os expoentes no Capítulo 5.

### *Analizando a Reta Numérica*

Assim como as crianças abandonam a contagem com seus dedos (e os usam apenas ao tentar lembrar dos nomes de todos os sete anões), os professores muitas vezes a substituem por uma figura dos primeiros dez números em ordem, como a mostrada na Figura 1-5.

**Figura 1-5:**  
Reta  
numérica  
básica



Esta maneira de organizar os números é chamada de reta numérica. As pessoas muitas vezes veem sua primeira reta numérica – feita, em geral, de papel muito colorido – colada sobre o quadro negro da escola. A reta numérica básica fornece um recurso visual dos números contáveis (chamados também de números naturais), os números superiores a 0. Você pode usar isso para mostrar como os números são maiores em uma direção e menores na outra.

Nesta seção, mostro a você como usar a reta numérica para entender algumas ideias básicas, mas importantes sobre os números.

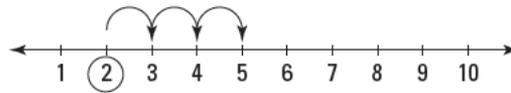
### *Adição e subtração na reta numérica*

Você pode usar a reta numérica para demonstrar uma simples adição ou subtração. Estes primeiros passos na matemática tornam-se muito mais concretos com um recurso visual. Aqui está a principal coisa a ser lembrada:

- ✓ Conforme você vai para a direita, os números sobem, o que é adição (+)
- ✓ Conforme você vai para a esquerda, os números descem, o que é subtração (-)

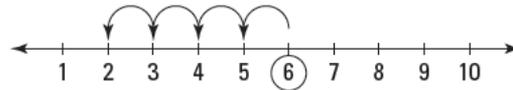
Por exemplo,  $2 + 3$  significa que você começa no 2 e pula 3 espaços para obter 5, como ilustrado na Figura 1-6.

**Figura 1-6:**  
Movendo  
através  
da reta  
numérica da  
esquerda  
para direita.



Como um outro exemplo,  $6 - 4$  significa começar no 6 e descer 4 espaços para obter 2. Isto é  $6 - 4 = 2$ . Veja a Figura 1-7.

**Figura 1-7:**  
Movendo  
através  
da reta  
numérica da  
direita para  
esquerda.



Você pode usar estas regras simples de subir e descer de forma repetida para resolver uma série mais longa de números somados e subtraídos. Por exemplo,  $3 + 1 - 2 + 4 - 3 - 2$  significa 3, subir 1, descer 2, subir 4, descer 3 e descer 2. Neste caso, a reta numérica lhe mostraria que  $3 + 1 - 2 + 4 - 3 - 2 = 1$ .

Discuto a adição e a subtração com mais detalhes no Capítulo 3.

## Compreendendo o nada ou o zero

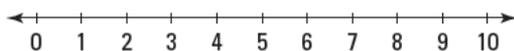
Uma adição importante para a reta numérica é o número 0, o qual significa “nada”. Pare por um momento e considere o conceito bizarro de “nada”. Por definição – como mais de um filósofo notou – “nada” não existe! Ainda assim, rotineiramente nós o rotulamos com o número 0, como mostrado na Figura 1-8.



Na verdade, os matemáticos têm um rótulo mais preciso do que o zero para o “nada”. É chamado de conjunto vazio, que é um tipo de versão matemática de uma caixa contendo “nada”. Apresento a você um pouco da teoria básica de conjunto no Capítulo 20.

**Figura 1-8:**

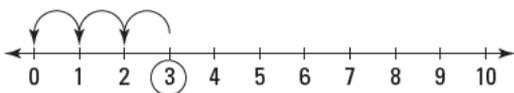
A reta numérica começando no 0 e continuando com 1, 2, 3, ....10.



O "nada" é com certeza algo bem pesado para se jogar sobre as crianças, mas elas não parecem se importar. Elas entendem rapidamente que quando têm três caminhões de brinquedo e uma pessoa retira todos os três, sobra zero caminhão. Isto é,  $3 - 3 = 0$ . Ou colocando isto na reta numérica,  $3 - 3$  significa começar no 3 e descer 3, como mostrado na Figura 1-9.

**Figura 1-9:**

Começando no 3 e rebaixando para três.



No capítulo 2, mostro a você a importância de 0 como um espaço reservado nos números e discuto como os zeros à esquerda podem ser incorporados a um número sem mudar seu valor.

## Infinito: Imaginando uma história contínua

As setas das extremidades da reta numérica apontam para a frente, para um lugar chamado infinito, o que não é, de fato, um lugar, apenas a ideia permanente, pois os números continuam infinitamente. Mas e quanto a um milhão, bilhão, trilhão, quadrilhão — os números ficam superiores a isso? A resposta é sim, porque você pode somar mais 1 a qualquer número.

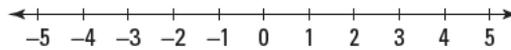
O símbolo estranho  $\infty$  representa o infinito. Lembre-se de que embora  $\infty$  não seja, de fato, um número, ele é a ideia de que os números continuam infinitamente. Pelo fato de  $\infty$  não ser um número, tecnicamente você não pode somar o número 1 a ele, assim como você não pode somar o número 1 a uma xícara de café ou à sua Tia Louise. Mas mesmo que você pudesse,  $\infty + 1$  seria igual a  $\infty$ .

## *Indo na direção negativa: Números negativos*

Quando as pessoas descobrem pela primeira vez a subtração, elas geralmente ouvem que não podem retirar mais do que têm. Por exemplo, se você tiver quatro lápis, você pode retirar um, dois, três ou até os quatro lápis, mas não pode retirar mais do que isso.

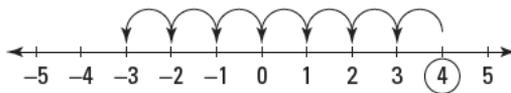
Não demora muito até você descobrir o que qualquer titular de cartão de crédito conhece muito bem: você pode efetivamente retirar mais do que tem – e o resultado é um número negativo. Por exemplo, se você tiver \$4,00 e dever ao seu amigo \$7,00, você tem uma dívida de \$3,00. Isto é:  $4 - 7 = -3$ . O sinal de menos na frente do 3 significa que a quantidade que você tem é três vezes inferior a 0. A figura 1-10 mostra como você coloca os números inteiros negativos na reta numérica.

**Figura 1-10:**  
Números  
inteiros  
negativos  
na reta  
numérica.



A adição e a subtração na reta numérica funcionam praticamente da mesma maneira tanto com os números negativos quanto com os números positivos. Por exemplo, a Figura 1-11 mostra como subtrair  $4 - 7$  na reta numérica.

**Figura 1-11:**  
Subtração  
de  $4 - 7$   
na reta  
numérica



Você irá saber tudo sobre o funcionamento dos números negativos no Capítulo 4.

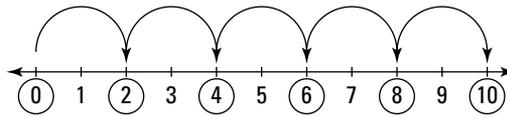


Colocando o 0 e os números contáveis negativos na reta numérica expande o conjunto dos números contáveis para o conjunto dos números inteiros relativos. Discuto os números inteiros relativos com mais detalhes mais adiante neste capítulo.

## Multiplicando as possibilidades

Imagine que você comece no 0 e circule os números alternadamente na reta numérica, como mostrado na Figura 1-12. Como você pode ver, todos os números pares agora estão circulados. Em outras palavras, você desenhou um círculo sobre todos os múltiplos de dois. (você pode descobrir mais sobre os múltiplos no Capítulo 8.) Agora você pode usar esta reta numérica para multiplicar qualquer número por dois. Por exemplo, imagine que você queira multiplicar  $5 \times 2$ . Comece no 0 e pule 5 espaços desenhados em círculo para a direita.

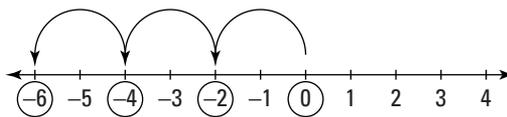
**Figura 1-12:**  
Multiplicando  
 $5 \times 2$  usando  
a reta  
numérica.



Esta reta numérica mostra a você que  $5 \times 2 = 10$

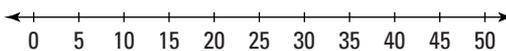
Do mesmo modo, para multiplicar  $-3 \times 2$ , comece no 0 e pule 3 espaços desenhados em círculo para a esquerda (isto é, na direção negativa). A Figura 1-13 mostra a você que  $-3 \times 2 = -6$ . Além disso, agora você pode ver por que ao multiplicar um número negativo por um número positivo sempre dá um resultado negativo. (Trato da multiplicação dos números negativos no Capítulo 4.)

**Figura 1-13:**  
 $-3 \times 2 = -6$   
como rep-  
resentado  
na reta  
numérica



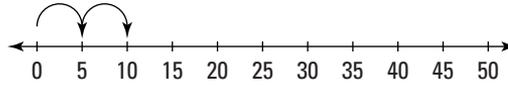
Multiplicar na reta numérica funciona independente do número que você contar. Por exemplo, na Figura 1-14 eu conto de 5 em 5.

**Figura 1-14:**  
Reta  
numérica  
contando  
de 5 em 5.



Dessa vez, os únicos números que marquei são os múltiplos de 5, portanto, posso usar esta reta numérica para multiplicar qualquer número por 5. Por exemplo, a Figura 1-15 mostra como multiplicar  $2 \times 5$ .

**Figura 1-15:**  
Multiplicando  $2 \times 5$  com a reta numerada.

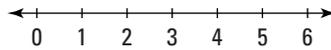


Portanto,  $2 \times 5 = 10$  é o mesmo resultado de multiplicar  $5 \times 2$ . Este resultado é um exemplo da *propriedade comutativa da multiplicação* – você pode inverter a ordem de qualquer problema de multiplicação e ainda obter o mesmo resultado (discuto a propriedade comutativa no Capítulo 4).

### Divisão das coisas

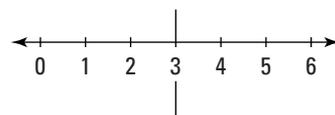
Você pode usar também a reta numérica para dividir. Por exemplo, imagine que você queira dividir 6 por um outro número. Primeiro, desenhe uma reta numérica que comece no 0 e termine no 6, como na Figura 1-16.

**Figura 1-16:**  
Reta numérica de 0 a 6.



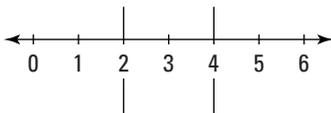
Agora, para achar a resposta para  $6 \div 2$ , apenas divida esta reta numérica em duas partes iguais, como mostrado na Figura 1-17. Esta separação (ou divisão) ocorre no 3, mostrando-lhe que  $6 \div 2 = 3$ .

**Figura 1-17:**  
Obtendo a resposta  $6 \div 2$  ao dividir usando a reta numérica.



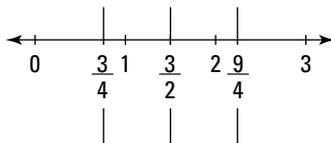
Do mesmo modo, para dividir  $6 \div 3$ , divida a mesma reta numérica em três partes iguais, como na Figura 1-18. Dessa vez, você tem duas divisões, portanto, use a mais próxima de 0. Esta reta numérica mostra a você que  $6 \div 3 = 2$ .

**Figura 1-18:**  
Dividindo  
 $6 \div 3$  com  
a reta  
numérica.



Mas imagine que você queira usar a reta numérica para dividir um número menor por um número maior. Por exemplo, talvez você queira conhecer a resposta para  $3 \div 4$ . Seguindo o método que mostrei a você antes, primeiro desenhe uma reta numérica de 0 a 3. Depois, divida-a em quatro partes iguais. Infelizmente, nenhuma destas divisões parou em um número. Isso não é um erro. Você deve adicionar apenas alguns números novos à reta numérica, como você pode ver na Figura 1-19.

**Figura 1-19:**  
Frações  
na reta  
numerada.



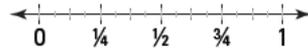
Bem-vindo ao mundo das frações. Com a reta numérica rotulada corretamente, você pode ver que a divisão mais perto de 0 é  $\frac{3}{4}$ . Esta imagem informa-lhe que  $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ .

A semelhança da expressão  $3 \div 4$  com a fração  $\frac{3}{4}$  não é por acaso. A divisão e as frações têm uma relação próxima. Ao dividir, você corta as coisas em partes iguais e, muitas vezes, as frações são o resultado deste processo (explico a conexão entre a divisão e as frações com mais detalhes no Capítulo 9 e 10.)

## *Preenchendo os espaços: Frações*

As frações lhe ajudam a preencher muitos dos espaços na reta numérica que ficam entre os números contáveis. Por exemplo, a Figura 1-20 mostra uma tomada de perto de uma reta numérica de 0 a 1.

**Figura 1-20:**  
Reta  
numérica  
retratando  
algumas  
frações de  
0 a 1.



Esta reta numérica pode fazer com que você se lembre de uma régua ou uma fita métrica, com muitas frações pequenas preenchidas. E, de fato, as régua e as fitas métricas são retas numéricas móveis que permitem aos carpinteiros, engenheiros e “faz tudo” medirem o comprimento dos objetos com precisão.

A adição das frações à reta numérica expande o conjunto dos números inteiros relativos para o conjunto dos números racionais. Discuto os números racionais com mais detalhes no Capítulo 25.



Na realidade, não importa o quanto as coisas fiquem pequenas no mundo real, você sempre pode achar uma fração pequena para aproximá-la do que você precisa. Entre qualquer uma das frações na reta numérica, você sempre pode achar uma outra fração. Os matemáticos chamam este traço de densidade das frações na reta numérica real, e este tipo de densidade é um assunto em uma área muito avançada da matemática chamada análise real.

## Quatro Conjuntos de Números Importantes

Na seção anterior, você viu como a reta numérica cresce nas duas direções (negativa e positiva) e preenche muitos números. Nesta seção, eu forneço um pequeno tour sobre como os números se integram como um conjunto de sistemas encaixados, um dentro do outro.

Quando falo sobre um conjunto de números, eu, na realidade, estou falando sobre um grupo de números. Você pode usar a reta numérica para lidar com os quatro conjuntos de números importantes:

- ✓ **Números contáveis (chamados também de números naturais):** o conjunto de números começando com 1, 2, 3, 4...e continuando infinitamente.
- ✓ **Números inteiros relativos:** o conjunto de números contáveis, zero e números contáveis negativos.
- ✓ **Números racionais:** o conjunto de números inteiros e frações.
- ✓ **Números reais:** o conjunto de números racionais e irracionais.

Os conjuntos dos números contáveis, números inteiros relativos, racionais e números reais são encaixados um dentro do outro. Este encaixe de um grupo dentro do outro é semelhante à maneira como uma cidade (por exemplo Boston) fica dentro de um estado (Massachusetts), que fica dentro de um país (os Estados Unidos), que fica dentro de um continente (América do Norte). O conjunto dos números contáveis fica dentro do conjunto dos números inteiros relativos, que fica dentro do conjunto dos números racionais, que fica dentro do conjunto de números reais.

### *Contando com os números contáveis*

O conjunto dos números contáveis é o conjunto dos números com o qual você conta primeiro, começando com o 1. Pelo fato de parecerem surgir naturalmente a partir da observação do mundo, eles são chamados também de números naturais:

1    2    3    4    5    6    7    8    9...

Os números contáveis são infinitos, o que significa que eles continuam infinitamente.

Ao somar dois números contáveis, a resposta é sempre um outro número contável. Do mesmo modo, ao multiplicar dois números contáveis, a resposta é sempre um número contável. Uma outra maneira de dizer isso é que o conjunto dos números contáveis é fechado em relação à adição e à multiplicação.

### *Apresentando os números inteiros*

O conjunto dos números inteiros relativos surge quando você tenta subtrair um número maior de um número menor. Por exemplo,  $4 - 6 = -2$ . O conjunto dos números inteiros relativos inclui o seguinte:

- ✓ Os números contáveis
- ✓ Zero
- ✓ Os números contáveis negativos

Aqui está uma lista parcial dos números inteiros relativos:

... -4   -3   -2   -1   0   1   2   3   4 ...

Assim como os números contáveis, os números inteiros relativos são fechados em relação à adição e à multiplicação. Do mesmo modo, ao subtrair um número inteiro relativo de um outro, a resposta é sempre um número inteiro relativo. Isto é, os números inteiros relativos são também fechados em relação à subtração.

## *Ficando racional*

Aqui está o conjunto dos números racionais:

- ✓ Números inteiros relativos
  - Números contáveis
  - Zero
  - Números contáveis negativos
- ✓ Frações

Assim como os números inteiros relativos, os números racionais são fechados em relação à adição, à subtração e à multiplicação. Além disso, ao dividir um número racional por um outro, a resposta é sempre um número racional. Uma outra forma de dizer isso é que os números racionais são fechados em relação à divisão.

## *Tornando-se real*

Mesmo que você preenchesse todos os números racionais, você ainda teria pontos não rotulados sobrando na reta numérica. Estes pontos são os números irracionais.

Um número irracional é um número que não é nem um número inteiro nem uma fração. Na realidade, um número irracional pode ser aproximado apenas a um decimal não repetitivo. Em outras palavras, não importa o número de casas decimais que você escreva, você sempre pode escrever mais; além disso, os dígitos neste decimal nunca se tornam repetitivos ou são incluídos em qualquer padrão (para obter mais informações sobre os dízimas periódicas, consulte o Capítulo 11).

O número irracional mais famoso é o  $\pi$  (você irá saber mais sobre o  $\pi$  quando eu falar sobre a geometria dos círculos, no Capítulo 17):

$$\pi = 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510\dots$$

Juntos, os números racionais e irracionais constituem os números reais que compreendem todos os pontos na reta numérica. Neste livro, não dispendo muito tempo nos números irracionais, mas lembre-se que eles estão ali para referência no futuro.

