



Pré-cálculo

Para
leigos

Tradução da 3ª Edição

Mary Jane Sterling



ALTA BOOKS
EDITORA
Rio de Janeiro, 2021

Sumário Resumido

Introdução	1
Parte 1: Introdução ao Pré-cálculo	5
CAPÍTULO 1: Antes do Pré-cálculo	7
CAPÍTULO 2: Trabalhando com Números Reais	19
CAPÍTULO 3: Blocos de Construção das Funções do Pré-cálculo	31
CAPÍTULO 4: Trabalhando com Funções	49
CAPÍTULO 5: Cavando e Usando Raízes para Desenhar Funções Polinomiais. . . .	69
CAPÍTULO 6: Funções Exponenciais e Logarítmicas.	99
Parte 2: Fundamentos da Trigonometria	119
CAPÍTULO 7: Circulando pelos Ângulos	121
CAPÍTULO 8: Simplificando o Gráfico e a Transformação das Funções Trigonométricas	153
CAPÍTULO 9: Determinando com Identidades Trigonométricas: Fundamentos	187
CAPÍTULO 10: Identidades Avançadas: A Chave do Sucesso	207
CAPÍTULO 11: Controlando Triângulos Oblíquos com as Leis dos Senos e dos Cossenos	229
Parte 3: Geometria Analítica e Resolução de Sistemas	249
CAPÍTULO 12: Raciocínio Plano: Números Complexos e Coordenadas Polares	251
CAPÍTULO 13: Criando Seções Cônicas ao Fatiar Cones	267
CAPÍTULO 14: Simplificando Sistemas, Gerenciando Variáveis	299
CAPÍTULO 15: Sequências, Séries e Expansão de Binômios para o Mundo Real	331
CAPÍTULO 16: Avante com o Cálculo	355
Parte 4: A Parte dos Dez	371
CAPÍTULO 17: Dez Gráficos Polares	373
CAPÍTULO 18: Dez Hábitos para Ajustar Antes do Cálculo	379
Índice	387

1

Introdução ao Pré-cálculo

AMOSGRA

NESTA PARTE . . .

Aprimore suas habilidades algébricas.

Identifique as áreas desafiadoras em Álgebra e vença esses desafios.

Trabalhe a partir dos tipos básicos de função e faça o gráfico de suas transformações.

Realize operações com números reais e funções.

- » Lembrando números e variáveis
- » Aceitando a importância do gráfico
- » Preparando-se para o pré-cálculo pegando uma calculadora gráfica

Capítulo **1**

Antes do Pré-cálculo

O pré-cálculo é a ponte (levadiça, suspensa, coberta) entre Álgebra II e Cálculo. Em seu campo, você revisa os conceitos vistos antes em Matemática, mas logo desenvolve a partir deles. Algumas ideias muito novas são vistas, mas até elas se baseiam no material analisado antes; a principal diferença é que os problemas são muito mais desafiadores (por exemplo, passar de sistemas lineares para os não lineares). Você continua criando até o final da ponte, que se dobra como o início do Cálculo. Não tenha medo! O que é mostrado aqui o ajudará a atravessar essa ponte (sem pedágio).

Como é provável que você já tenha aprendido Álgebra I, Álgebra II e Geometria, supomos neste livro que já sabe como fazer certas coisas. Mas para assegurar, neste capítulo, explico com mais detalhes alguns itens em particular antes de prosseguir para o material do pré-cálculo.

Neste capítulo, se houver algum tópico que você não conheça, não lembra como fazer ou não se sente confortável fazendo, sugiro escolher outro livro de Matemática da *Para Leigos* e leia-o antes de começar a ler este. Se for necessário fazer isso, não sinta como se tivesse fracassado em Matemática. Até os profissionais precisam pesquisar coisas de vez em quando. Use esses livros como faz com as enciclopédias ou a internet; se não souber o material, pesquise e continue nesse ponto.

Pré-cálculo: Visão Geral

Você não ama as pré-estreias e os trailers dos filmes? Algumas pessoas chegam cedo no cinema só para ver o que será lançado no futuro. Bem, considere esta seção um trailer que você vê alguns meses antes de o filme *Pré-cálculo Para Leigos* ser exibido! A lista a seguir apresenta alguns itens aprendidos antes em Matemática e exemplos de aonde chegará com o pré-cálculo:

- » **Álgebras I e II:** Lidam com números reais e resolvem equações e desigualdades.

Pré-cálculo: Expressa as desigualdades de um novo modo, chamado *notação de intervalo*.

Você pode ver soluções para as desigualdades na notação de conjunto, como $\{x \mid x > 4\}$. Isso é lido na notação de desigualdade como $x > 4$. No pré-cálculo, normalmente essa solução é expressa como um intervalo: $(4, \infty)$ (para saber mais, veja o Capítulo 2).

- » **Geometria:** Determina os triângulos retângulos, cujos lados são todos positivos.

Pré-cálculo: Determina os não triângulos retângulos, cujos lados nem sempre são representados por números positivos.

Você aprendeu que o comprimento nunca pode ser negativo. Mas, bem, no pré-cálculo, às vezes são usados números negativos para os comprimentos dos lados dos triângulos. É para mostrar onde os triângulos ficam no plano cartesiano (eles podem ficar em qualquer um dos quatro quadrantes).

- » **Geometria/trigonometria:** Usa o Teorema de Pitágoras para encontrar os comprimentos dos lados de um triângulo.

Pré-cálculo: Organiza alguns ângulos usados com frequência e seus valores da função trigonométrica em um belo pacote conhecido como *círculo unitário* (veja a Parte 2).

Neste livro, você descobre um atalho útil para encontrar os lados dos triângulos, que é até mais prático para encontrar os valores trigonométricos para os ângulos nesses triângulos.

- » **Álgebras I e II:** Fazem o gráfico das equações em um plano cartesiano.

Pré-cálculo: Faz o gráfico de uma nova maneira com o sistema de coordenadas polares (veja o Capítulo 12).

Diga adeus aos velhos tempos do gráfico no plano cartesiano. Você tem um novo modo de fazer gráficos que envolve círculos. Não estou tentando deixá-lo tonto; na verdade, as coordenadas polares podem produzir belas imagens.

» **Álgebra II:** Lida com números imaginários.

Pré-cálculo: Somar, subtrair, multiplicar e dividir números complexos é chato quando números complexos estão na forma retangular ($a + bi$). No pré-cálculo, você se familiariza com algo novo chamado *forma polar* e a utiliza para encontrar soluções para as equações que nem sabia que existiam.

Noções Básicas dos Números (Não, Nada de Contá-los!)

Ao iniciar com o pré-cálculo, você deve ficar à vontade com conjuntos de números (naturais, inteiros, racionais etc.). A esta altura em sua carreira de matemático, também deve saber como fazer operações com números. Você pode encontrar uma revisão rápida desses conceitos nesta seção. E mais, certas propriedades são verdadeiras para todos os conjuntos, e é útil saber seus nomes. Revejo isso nesta seção também.

Muitos tipos de número: Termos a saber

Os matemáticos nomeiam tudo só porque podem; isso os faz se sentirem especiais. Nesse sentido, eles ligam nomes a muitos conjuntos de números para separá-los e consolidá-los na cabeça dos alunos de uma vez por todas.

- » **Conjunto dos números naturais ou cardinais: {0, 1, 2, 3...}**. Reúne os números que usamos para contar.
- » **Conjunto dos números inteiros: {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}**. Esse conjunto inclui números positivos, negativos e 0.



DICA

Lidar com inteiros é como lidar com dinheiro: pense nos positivos como tendo dinheiro e nos negativos como devendo. Isso é importante ao operar com números (veja a próxima seção).

- » **Conjunto dos números racionais: números que podem ser expressos como fração, com o numerador e o denominador sendo inteiros.** A palavra *racional* vem da ideia de uma razão (fração ou divisão) de dois inteiros.

Exemplos de números racionais incluem (mas não se limitam a) $\frac{1}{5}$, $-\frac{7}{2}$ e

0,23. Um número racional é qualquer um com a forma $\frac{p}{q}$, em que p e q

são inteiros, mas q nunca é 0. Se você vir um número racional na forma decimal, notará que o decimal para ou se repete.

Adicionar e subtrair frações significa encontrar um denominador comum. E as raízes devem possuir os radicandos iguais para adicionar e subtrair. Por exemplo, é possível somar $\sqrt{3}$ e $2\sqrt{3}$, mas não $\sqrt{3}$ e $\sqrt{6}$.

» **Conjunto dos números irracionais: todos os números que não podem ser expressos como frações.** Exemplos de números irracionais incluem $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π .

» **Conjunto de todos os números reais: todos os conjuntos vistos anteriormente.** Para ter um exemplo de número real, pense em um número... qualquer um. Seja qual for, é real. Qualquer número da lista anterior funciona como exemplo. Os números que não são reais são imaginários.

Como vendedores na TV e anúncios na internet, os números reais estão em todo lugar; não podemos nos livrar deles, nem no pré-cálculo. Por quê? Eles incluem todos os números, exceto os seguintes:

- **Fração com zero no denominador:** Tais números não existem e são chamados de *indefinidos*.
- **Raiz quadrada de um número negativo:** Fazem parte dos *números complexos*; a raiz negativa é a parte *imaginária* (veja o Capítulo 12). E isso inclui qualquer raiz par de um número negativo.
- **Infinito:** É um conceito, não um número real.

» **Conjunto dos números imaginários: raízes quadradas de números negativos.** Os números imaginários têm uma unidade imaginária, como i , $4i$ e $-2i$. Eles costumavam ser considerados números inventados, mas os matemáticos logo perceberam que eles aparecem no mundo real. Eles ainda são chamados de imaginários porque são raízes quadradas de números negativos, mas fazem parte da linguagem dos matemáticos. A unidade imaginária é definida como $i = \sqrt{-1}$ (para saber mais sobre esses números, vá para o Capítulo 12).

» **Conjunto dos números complexos: a soma ou a diferença de um número real e um imaginário.** Os números complexos lembram estes exemplos: $3 + 2i$, $2 - \sqrt{2}i$ e $4 - \frac{2}{3}i$. Mas também cobrem todas as listas anteriores, inclusive os números reais (3 é igual a $3 + 0i$) e os números imaginários ($2i$ é igual a $0 + 2i$).

O conjunto dos números complexos é o mais completo no vocabulário da Matemática, porque inclui números reais (qualquer número imaginado), números imaginários (i) e qualquer combinação dos dois.



LEMBRE-SE

Operações fundamentais realizadas com números

De números positivos e negativos até frações, decimais e raízes quadradas, você deve saber como realizar as operações básicas com todos os números reais. Elas incluem soma, adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e encontrar as raízes dos números. A *ordem das operações* é como elas são realizadas.



DICA

O mnemônico usado com mais frequência para lembrar a ordem é PEMDAS, que significa

1. **Parênteses** (e outros mecanismos de agrupamento).
2. **Expoentes** (e raízes, que podem ser escritas como expoentes).
3. **Multiplicação e Divisão** (o que ocorrer primeiro, da esquerda para a direita).
4. **Adição e Subtração** (o que ocorrer primeiro, da esquerda para a direita).



LEMBRE-SE

Um tipo de operação normalmente desconsiderado ou esquecido é o *valor absoluto*. Ele dá a distância de 0 na linha numérica. O valor absoluto deve ser incluído na etapa dos parênteses porque é preciso considerar primeiro o que está dentro das barras desse valor (as barras são um mecanismo de agrupamento). Não se esqueça de que o valor absoluto é sempre positivo ou zero. Ei, mesmo que você esteja andando para trás, ainda está andando!

Propriedades dos números: Verdades a lembrar

Lembrar-se das propriedades dos números é importante porque você as vê sempre no pré-cálculo. Talvez não use com frequência pelo nome, mas precisa saber quando usá-las. A lista a seguir mostra essas propriedades:

- » **Propriedade reflexiva:** $a = a$. Por exemplo, $10 = 10$.
- » **Propriedade simétrica:** **Se $a = b$, então $b = a$.** Por exemplo, se $5 + 3 = 8$, então $8 = 5 + 3$.
- » **Propriedade transitiva:** **Se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$.** Por exemplo, se $5 + 3 = 8$ e $8 = 4 \cdot 2$, então $5 + 3 = 4 \cdot 2$.
- » **Propriedade comutativa da adição:** $a + b = b + a$. Por exemplo, $2 + 3 = 3 + 2$.

- » **Propriedade comutativa da multiplicação:** $a \cdot b = b \cdot a$. Por exemplo, $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$.
- » **Propriedade associativa da adição:** $(a + b) + c = a + (b + c)$. Por exemplo, $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$.
- » **Propriedade associativa da multiplicação:** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Por exemplo, $(2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4)$.
- » **Identidade aditiva:** $a + 0 = a$. Por exemplo, $-3 + 0 = -3$.
- » **Identidade multiplicativa:** $a \cdot 1 = a$. Por exemplo, $4 \cdot 1 = 4$.
- » **Propriedade inversa aditiva:** $a + (-a) = 0$. Por exemplo, $2 + (-2) = 0$.
- » **Propriedade inversa multiplicativa:** $a \cdot \frac{1}{a} = 1$. Por exemplo, $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ (mas lembre-se de que $a \neq 0$).
- » **Propriedade distributiva:** $a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Por exemplo, $10(2 + 3) = 10 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 20 + 30 = 50$.
- » **Propriedade multiplicativa de zero:** $a \cdot 0 = 0$. Por exemplo, $5 \cdot 0 = 0$.
- » **Propriedade do produto zero:** Se $a \cdot b = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$. Por exemplo, se $x(x + 2) = 0$, então $x = 0$ ou $x + 2 = 0$.



LEMBRE-SE

Se você tentar realizar uma operação que não está na lista anterior, é provável que ela não esteja correta. Afinal, a álgebra existe desde 1.600 a.C., e se uma propriedade existe, é possível que alguém já a tenha descoberto. Por exemplo, pode parecer tentador dizer que $10(2 + 3) = 10 \cdot 2 + 3 = 23$, mas está incorreto. O processo certo e a resposta são $10(2 + 3) = 10 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 50$. Saber o que não pode ser feito é tão importante quanto saber o que pode.

Demonstrações Visuais: Quando a Matemática Segue a Forma com Função

Os gráficos são ótimas ferramentas visuais. São usados para mostrar o que acontece nos problemas matemáticos, em empresas e experimentos científicos. Por exemplo, eles podem ser usados para mostrar como algo (por exemplo, os preços de imóveis) muda com o tempo. Pesquisas podem ser usadas para obter fatos ou opiniões, com os resultados sendo exibidos em gráficos. Abra um jornal de qualquer dia e poderá encontrar um gráfico em algum lugar.

Espero que o parágrafo anterior responda à pergunta sobre por que é necessário entender como construir gráficos. Mesmo que na vida real ninguém ande por aí com papel quadriculado e lápis para tomar decisões, o gráfico é essencial na Matemática e em outros caminhos da vida. Apesar da ausência do papel quadriculado, os gráficos estão em todo lugar.

Por exemplo, quando os cientistas saem e coletam dados ou medem coisas, muitas vezes eles organizam os dados como valores x e y . Em geral, eles procuram algum tipo de relação geral entre esses dois valores para dar apoio às suas hipóteses. Esses valores podem ser representados graficamente por meio de um sistema de coordenadas para mostrar tendências nos dados. Por exemplo, um bom cientista pode mostrar com um gráfico que, quanto mais você lê este livro, mais entende o pré-cálculo! (Outro cientista pode mostrar que pessoas com braços mais longos têm pés maiores. Que chato!)

Termos e conceitos básicos

Desenhar equações em gráficos é uma grande parte do pré-cálculo, portanto, é bom rever os fundamentos do gráfico antes de passar para os gráficos mais complicados e diferentes vistos posteriormente no livro.

Embora alguns gráficos no pré-cálculo pareçam muito familiares, outros serão novos, e possivelmente intimidadores. Este livro o deixará mais familiarizado com esses gráficos para que se sinta mais confortável ao trabalhar com eles. Mas as informações neste capítulo são em grande parte aquilo de que você se lembra da Álgebra II. Prestou atenção, certo?

Cada ponto no plano sobre o qual os gráficos são construídos, ou seja, um plano com eixo horizontal (x) e eixo vertical (y), criando quatro quadrantes, é chamado de par de coordenadas (x, y) , normalmente referido como *par de coordenadas cartesianas*.



O nome *coordenadas cartesianas* vem do matemático francês e filósofo que inventou os gráficos, René Descartes. Descartes combinou a álgebra e a geometria euclidiana (geometria plana), e seu trabalho teve influência no desenvolvimento da geometria analítica, do cálculo e da cartografia.

Relação é um conjunto (que pode ser vazio, mas neste livro considero apenas os conjuntos não vazios) de pares ordenados que podem ser desenhados em um plano cartesiano. Cada relação é como um computador que expressa x como a entrada e y como a saída. Você sabe que está lidando com uma relação quando o conjunto está entre chaves (assim: $\{ \}$) e tem um ou mais pontos. Por exemplo, $R = \{(2, -1), (3, 0), (-4, 5)\}$ é uma relação com três pares ordenados. Considere cada ponto como (entrada, saída), exatamente como em um computador.

Domínio de uma relação é o conjunto de todos os valores de entrada, em geral listados do menor para o maior. O domínio do conjunto R é $\{-4, 2, 3\}$. *Intervalo* é o conjunto de todos os valores de saída, também listados do menor para o maior. O intervalo de R é $\{-1, 0, 5\}$. Se qualquer valor no domínio ou no intervalo é repetido, não é preciso listá-lo duas vezes. Em geral, o domínio é a variável x e o intervalo é y .



LEMBRE-SE

Se aparecerem valores diferentes, como m e n , a entrada (domínio) e a saída (intervalo) ficam em ordem alfabética, a menos que seja informado o contrário. Nesse caso, m seria sua entrada/domínio e n seria sua saída/intervalo. Mas quando escrita com uma vírgula, a relação é sempre (entrada, saída).

Desenhando igualdades e desigualdades lineares

Quando você descobriu pela primeira vez como desenhar uma reta no plano cartesiano, aprendeu a pegar os valores do domínio (x) e colocá-los na equação para resolver os valores do intervalo (y). Então, realizou o processo diversas vezes, expressou cada par como um ponto de coordenada e ligou os pontos para fazer uma linha. Alguns matemáticos chamam isso de *método “plug and chug”*.

Pouco depois do trabalho chato, alguém disse: “Espere! Você pode usar um atalho.” Esse atalho envolve uma equação chamada de *forma inclinação-intercepto*, expressada como $y = mx + b$. A variável m representa a inclinação da reta (veja a próxima seção), e b representa o intercepto- y (ou onde a reta cruza o eixo y). Você pode mudar as equações que não estão escritas na forma inclinação-intercepto para essa forma resolvendo y . Por exemplo, desenhar $2x - 3y = 12$ requer que se subtraia $2x$ dos dois lados da igualdade para obter $-3y = -2x + 12$. Então divida cada termo por -3 para obter

$$y = \frac{2}{3}x - 4$$

Marque o primeiro ponto -4 no eixo y . Para encontrar o segundo ponto, suba dois pontos e desloque três à direita. A inclinação geralmente é expressa como uma fração porque é o coeficiente angular, nesse caso $\frac{2}{3}$.

As *desigualdades* são usadas para comparações, que são uma grande parte do pré-cálculo. Elas mostram uma relação entre duas expressões (maior que, menor que, maior ou igual a e menor ou igual a). O gráfico de uma desigualdade começa exatamente como a de uma igualdade (você ainda coloca a equação na forma inclinação-intercepto), mas no final há duas decisões a tomar:

- » A reta é *tracejada*, indicando $y <$ ou $y >$, ou é *sólida*, indicando $y \leq$ ou $y \geq$?
- » Você sombreia sob a reta para $y <$ ou $y \leq$, ou sombreia acima para $y >$ ou $y \geq$? As desigualdades simples (como $x < 3$) expressam todas as possíveis respostas. Para tanto, você mostra isso sombreando o lado da reta que funciona na equação original.

Por exemplo, ao representar graficamente $y < 2x - 5$, siga estas etapas:

1. Marque o primeiro ponto em -5 no eixo y .
2. Suba dois pontos e desloque um à direita para encontrar o segundo ponto por onde a reta passa.
3. Ao ligar os pontos, você produz uma reta tracejada que passa pelos pontos.
4. Sombreie a metade inferior do gráfico (por causa do sinal $<$) para mostrar todos os possíveis pontos na solução.

Reunindo informações dos gráficos

Depois de se acostumar com coordenadas e de representar graficamente as equações de retas no plano cartesiano, os livros comuns de Matemática e os professores começam a fazer perguntas sobre pontos e retas desenhados. As três coisas principais pedidas são as distâncias entre dois pontos, o ponto médio do segmento que liga os dois pontos e a inclinação exata de uma reta que passa por dois pontos.

Calculando a distância



PAPO DE
ESPECIALISTA

Saber como calcular a distância usando as informações de um gráfico é muitíssimo útil, portanto, primeiro veja uma revisão rápida de algumas coisas. *Distância* é a separação de dois objetos ou dois pontos. Para encontrar a distância, representada por d , entre dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) em um plano cartesiano, por exemplo, use a seguinte fórmula:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

É possível usar essa equação para encontrar o comprimento do segmento entre dois pontos em um plano cartesiano sempre que for preciso. Por exemplo, para saber a distância entre $A(-6, 4)$ e $B(2, 1)$, primeiro identifique as partes: $x_1 = -6$ e $y_1 = 4$; $x_2 = 2$ e $y_2 = 1$. Substitua esses valores na fórmula da distância: $d = \sqrt{(2 - (-6))^2 + (1 - 4)^2}$. O resultado é $\sqrt{73}$.



PAPO DE
ESPECIALISTA

Encontrando o ponto médio

A descoberta do ponto médio de um segmento aparece em tópicos sobre cones (veja o Capítulo 13). Para encontrar o ponto médio do segmento, representado por M , que liga dois pontos, calcule a média dos valores x e y e expresse a resposta como um par ordenado:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Você pode usar essa fórmula para encontrar o centro de vários gráficos em um plano cartesiano, mas, no momento, basta encontrar o ponto médio. Calcule o ponto médio do segmento que liga dois pontos (veja a seção anterior) usando a fórmula mostrada. Isso resultaria em $M = \left(\frac{-6+2}{2}, \frac{4+1}{2} \right)$ ou $\left(-2, \frac{5}{2} \right)$.

Descobrimo a inclinação da reta



PAPO DE
ESPECIALISTA

Quando você coloca a equação linear no gráfico, a inclinação tem seu papel. A inclinação de uma reta informa a posição dela no plano cartesiano. Quando existem dois pontos dados (x_1, y_1) e (x_2, y_2) e é pedido para encontrar a inclinação da reta que passa por eles, use a seguinte fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Se os mesmos dois pontos A e B da seção anterior forem usados e os valores forem colocados na fórmula, a inclinação será de $-\frac{3}{8}$.

As inclinações positivas sempre sobem à direita ou descem à esquerda no plano. As negativas descem à direita ou sobem à esquerda (observe que, se você movesse a inclinação para baixo e à esquerda, ela seria negativa dividida por um valor negativo, tendo um resultado positivo). As linhas horizontais têm uma inclinação zero, e as verticais, uma inclinação indefinida.



DICA

Se você já confundiu os diferentes tipos de inclinação, lembre-se do esquiador na pista de esqui:

- » Quando ele sobe a montanha, realiza muito trabalho (inclinação +).
- » Quando desce a montanha, é ela quem faz o trabalho (inclinação -).
- » Quando ele está parado no terreno, não faz nenhum trabalho (inclinação 0).
- » Quando atinge uma parede (a linha vertical), ele terminou e não pode mais esquiar (inclinação indefinida)!

Tenha uma Calculadora Gráfica

Recomenda-se comprar uma calculadora gráfica para o trabalho com pré-cálculo. Desde sua invenção, a ênfase e o tempo gastos nos cálculos em sala de aula e no dever de casa mudaram, porque a parte pesada não é mais necessária. Muitos gostam de fazer grande parte do trabalho com a calculadora, mas outros preferem não usá-la. Uma calculadora gráfica faz muitas coisas, e mesmo que você não a utilize em cada item, sempre poderá verificar o trabalho nos problemas complexos com uma à mão.

Há muitos tipos diferentes de calculadoras gráficas disponíveis, e suas atividades internas individuais são diferentes. Para descobrir qual comprar, peça a opinião de alguém que já teve aula de pré-cálculo, depois pesquise na internet para ver a melhor oferta.



LEMBRE-SE

Muitos conceitos teóricos neste livro, e no pré-cálculo em geral, se perdem com o uso de uma calculadora gráfica. As pessoas dizem “Coloque os números e obtenha a resposta”. Com certeza, temos a resposta, mas você sabe mesmo o que a calculadora fez para chegar à resposta? Não. Por isso, este livro alterna entre usar a calculadora e fazer problemas complicados à mão. Mas tendo você permissão ou não para usar uma calculadora gráfica, seja inteligente em seu uso. Se pretende usar o cálculo depois deste curso, é preciso saber a teoria e os conceitos que fundamentam cada tópico.

O material mostrado aqui nem chega a ensiná-lo a usar sua calculadora gráfica única, mas o pessoal incrível da *Para Leigos* tem livros inteiros sobre seu uso, dependendo do tipo de calculadora que você tem. Mas posso dar alguns conselhos gerais. Veja uma lista de sugestões que o ajudariam a usar tal calculadora:

- » **Sempre confirme se o modo na calculadora está definido de acordo com o problema trabalhado.** Procure um botão na calculadora que informe *modo*. Dependendo da marca, esse botão permite mudar coisas como graus ou radianos, $f(x)$ ou $r(\theta)$, como analisado no Capítulo 12. Por exemplo, se você trabalha com graus, deve verificar se a calculadora tem isso antes de pedir que ela resolva um problema. O mesmo vale para trabalhar com radianos. Algumas calculadoras têm mais de 10 modos diferentes. Tenha cuidado!
- » **Verifique se pode determinar y antes de tentar construir um gráfico.** Você pode plotar qualquer coisa na calculadora gráfica, desde que seja possível resolver y para escrevê-lo como uma função. As calculadoras são configuradas para aceitar apenas equações resolvidas para y.



LEMBRE-SE

As equações que você precisa determinar para x muitas vezes não são funções verdadeiras e não são estudadas no pré-cálculo, exceto as seções cônicas, e os alunos normalmente não têm permissão para usar calculadoras gráficas para esse material porque é inteiramente baseado em gráficos (veja o Capítulo 13).

- » **Fique atento a todos os menus de atalho disponíveis e use quantas funções puder da calculadora.** Em geral, no menu de gráficos da calculadora, você pode encontrar atalhos para outros conceitos matemáticos (como mudar um decimal para fração, encontrar raízes de números ou inserir matrizes e realizar operações com elas). Cada marca de calculadora é única, portanto, leia o manual. Os atalhos são ótimas maneiras de verificar suas respostas!
- » **Digite uma expressão exatamente como ela está. A calculadora fará o trabalho e a simplificará.** Todas as calculadoras gráficas realizam a ordem das operações para você, assim, nem é preciso se preocupar. Apenas saiba que alguns atalhos predefinidos de matemática iniciam automaticamente com parênteses.

Por exemplo, a maioria das calculadoras inicia uma raiz quadrada como $\sqrt{\quad}$, portanto, todas as informações digitadas depois ficam automaticamente dentro do sinal de raiz até que você feche o parêntese. Por exemplo, $\sqrt{(4+5)}$ e $\sqrt{(4)} + 5$ representam dois cálculos diferentes, assim, dois valores diferentes (3 e 7, respectivamente). Algumas calculadoras avançadas até resolvem a equação para você. Muito em breve, provavelmente você nem terá aulas de pré-cálculo; a calculadora ficará no seu lugar!

Certo, depois de ler este capítulo, você está pronto para alçar voo no pré-cálculo. Boa sorte e curta a viagem!